



UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Avda. Cardenal Cisneros 34
49002 ZAMORA
Fax 980 54 50 01
Telf. 980 54 50 00

ÁREA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

MÁQUINAS ELÉCTRICAS

PROBLEMAS

Norberto Redondo Melchor
Profesor Ayudante
Ingeniero Industrial
Doctor por la Universidad de Salamanca

Salamanca - España

Copyright

© Norberto Redondo Melchor
(NRM) 2016-2020

Todos los derechos reservados

Reproducción autorizada siempre que se
haga de todo el documento íntegro y sin
alterarlo lo más mínimo, incluyendo esta
nota.



1. El ensayo de un pequeño transformador trifásico de distribución ha arrojado los siguientes valores:

Parámetros nominales

$S_n =$	50kVA
$U_1 =$	15000V
$U_2 =$	380V
$f =$	50Hz

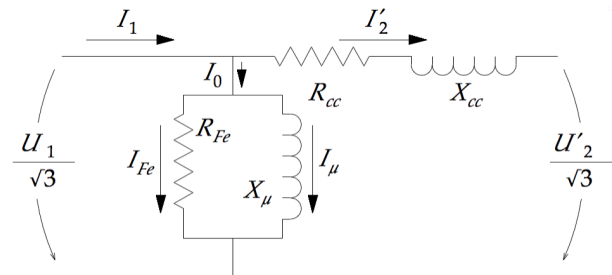
Vacío lado BT

$U_o =$	379V
$I_o =$	0,18A
$P_o =$	90W

Cortocircuito lado AT

$U_{cc} =$	602V
$I_{cc} =$	1,91A
$P_{cc} =$	745W

Determinar todos los parámetros del modelo reducido al primario del transformador que puedan deducirse a partir de estas mediciones, teniendo en cuenta que en el ensayo de vacío el transformador estaba alimentado por el secundario de baja tensión, no por el primario.



Solución:

$I_{n1} =$	1,92A
$I_{n2} =$	76,0A
$m =$	39,47

Vacío lado AT

$U_o =$	14961V
$I_o =$	0,0046A
$I_o (\%) =$	0,237%
$P_o =$	90W
$\cos \varphi_o =$	0,76
$\text{sen } \varphi_o =$	0,65
$\text{tg } \varphi_o =$	0,85
$\varphi =$	40,39°
$I_{fe} =$	0,00A
$I_{\mu} =$	0,00A
$R_{fe} =$	2486859Ω
$X_{\mu} =$	2923306Ω
$Z_o =$	1894181Ω
$Q_o =$	77VAr
$S_o =$	118VA

Cortocircuito lado AT

$\cos \varphi_{cc} =$	0,37
$\text{sen } \varphi_{cc} =$	0,93
$\text{tg } \varphi_{cc} =$	2,48
$\varphi =$	68,03°
$V_{Rcc} =$	130,0V
$V_{Xcc} =$	322,3V
$R_{cc} =$	68,072Ω
$X_{cc} =$	168,759Ω
$Z_{cc} =$	181,971Ω
$Q_{cc} =$	1847VAr
$S_{cc} =$	1992VA

Totales

Pérdidas =	835W
PEI =	98,96%
$\epsilon_{cc} (\%) =$	4,01%
$\epsilon_{Rcc} (\%) =$	1,50%
$\epsilon_{Xcc} (\%) =$	3,72%
X/R =	2,48

2. El ensayo de un transformador trifásico de potencia de tamaño mediano ha arrojado los siguientes valores:

Parámetros nominales

$S_n =$	2500 kVA
$U_1 =$	33000 V
$U_2 =$	420 V
$f =$	50 Hz

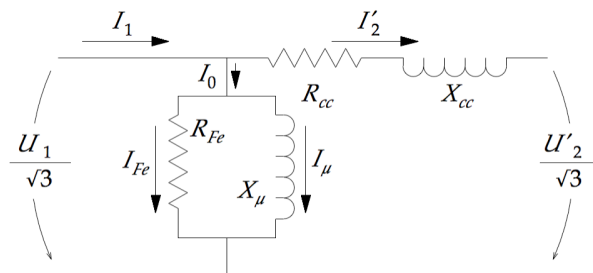
Vacío lado BT

$U_o =$	419,35 V
$I_o =$	8,215 A
$P_o =$	1748 W

Cortocircuito lado AT

$U_{cc} =$	1990 V
$I_{cc} =$	43,15 A
$P_{cc} =$	18485 W

Determinar todos los parámetros del modelo reducido al primario del transformador que puedan deducirse a partir de estas mediciones, teniendo en cuenta que en el ensayo de vacío el transformador estaba alimentado por el secundario de baja tensión, no por el primario.



Solución:

$I_{n1} =$	43,74 A
$I_{n2} =$	3436,6 A
$m =$	78,57

Vacío lado AT

$U_o =$	32949 V
$I_o =$	0,1034 A
$I_o (\%) =$	0,236%
$P_o =$	1748 W

$\cos \varphi_o =$	0,30
$\text{sen } \varphi_o =$	0,96
$\text{tg } \varphi_o =$	3,22
$\varphi =$	72,77°
$I_{fe} =$	0,03 A
$I_{\mu} =$	0,10 A
$R_{fe} =$	621071 Ω
$X_{\mu} =$	192602 Ω
$Z_o =$	183959 Ω
$Q_o =$	5637 VAr
$S_o =$	5901 VA

Cortocircuito lado AT

$\cos \varphi_{cc} =$	0,12
$\text{sen } \varphi_{cc} =$	0,99
$\text{tg } \varphi_{cc} =$	7,98
$\varphi =$	82,86°
$V_{Rcc} =$	142,8 V
$V_{Xcc} =$	1140,0 V
$R_{cc} =$	3,309 Ω
$X_{cc} =$	26,420 Ω
$Z_{cc} =$	26,626 Ω
$Q_{cc} =$	147575 VAr
$S_{cc} =$	148729 VA

Totales	
Pérdidas =	20233 W
PEI =	99,55%
$\epsilon_{cc} (\%) =$	6,03%
$\epsilon_{Rcc} (\%) =$	0,75%
$\epsilon_{Xcc} (\%) =$	5,98%
X/R =	7,98

3. El protocolo de ensayos de un transformador trifásico de distribución de pe-



queño tamaño tiene ciertas inconsistencias, pues declara una tensión de cortocircuito del 8,99% y este valor está fuera de normas.

Valores declarados:

$$\begin{aligned} S_n &= 630 \text{ kVA} \\ U_1 &= 20000 \text{ V} \\ U_2 &= 400 \text{ V} \\ f &= 50 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Vacío:

$$\begin{aligned} U_o &= 401,65 \text{ V} \\ I_o &= 2,14 \text{ A} \\ P_o &= 599 \text{ W} \end{aligned}$$

Cortocircuito:

$$\begin{aligned} U_{cc} &= 806,14 \text{ V} \\ I_{cc} &= 18,25 \text{ A} \\ P_{cc} &= 4603 \text{ W} \end{aligned}$$

Otros parámetros declarados:

$I_{n1} = 18,19 \text{ A}$	$Z_{cc} = 25,503 \Omega$
$I_{n2} = 909,3 \text{ A}$	$Q_{cc} = 25063 \text{ VAr}$
$m = 50,00$	$S_{cc} = 25482 \text{ VA}$
$I_o (\%) = 0,235\%$	$\epsilon_{cc} (\%) = 8,99\%$
$Z_o = 270903 \Omega$	$\epsilon_{R_{cc}} (\%) = 0,73\%$
$Q_o = 1363 \text{ VAr}$	$\epsilon_{X_{cc}} (\%) = 8,96\%$
$S_o = 1489 \text{ VA}$	$X/R = 12,3$

$$\text{Pérdidas} = 5202 \text{ W}$$

$$\text{PEI} = 99,47\%$$

Solución:

Todos los parámetros son correctos excepto $\epsilon_{X_{cc}} (\%)$ que debe ser 3,96% y $\epsilon_{cc} (\%)$ que resulta 4,03%. En consecuencia, también $X/R = 5,44$.

4.

Valores declarados:

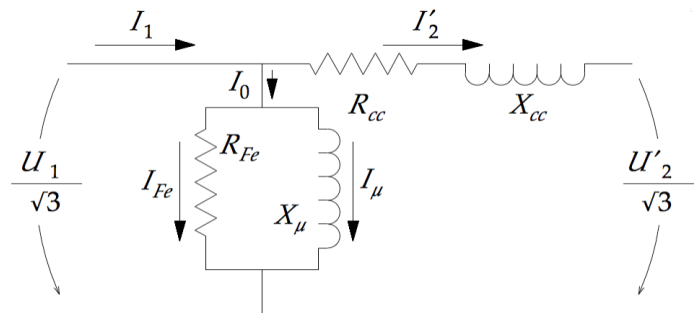
$$\begin{aligned} S_n &= 400 \text{ kVA} \\ U_1 &= 20000 \text{ V} \\ U_2 &= 400 \text{ V} \\ f &= 50 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Vacío:

$$\begin{aligned} U_o &= 402,90 \text{ V} \\ I_o &= \text{ A} \\ P_o &= 430 \text{ W} \end{aligned}$$

Cortocircuito:

Calcule el valor correcto de dicha tensión de cortocircuito y verifique los demás datos del protocolo, teniendo en cuenta que en el ensayo de vacío el transformador estaba alimentado por el secundario de baja tensión, no por el primario.



Por un problema de toma de datos en el laboratorio que afectó a los amperímetros, no fue posible incluir el valor de la intensidad de vacío ni de la de cortocircuito en el protocolo de ensayos del transformador que se resume en esta tabla.

Calcule esas intensidades teniendo en cuenta que en el ensayo de vacío el transformador fue alimentado por el secundario de baja tensión, no por el primario.

$$U_{cc} = 806,14 \text{ V}$$

$$I_{cc} = \quad \text{A}$$

$$P_{cc} = 3265 \text{ W}$$

Otros parámetros declarados:

$$I_{n1} = 11,55 \text{ A}$$

$$I_{n2} = 577,4 \text{ A}$$

$$m = 50,00$$

$$I_o (\%) = \quad \%$$

$$Z_o = 352446 \Omega$$

$$Q_o = 1068 \text{ VAr}$$

$$S_o = 1151 \text{ VA}$$

$$Z_{cc} = 40,472 \Omega$$

$$Q_{cc} = 15722 \text{ VAr}$$

$$S_{cc} = 16057 \text{ VA}$$

$$\epsilon_{cc} (\%) = 4,03 \%$$

$$\epsilon_{Rcc} (\%) = 0,82 \%$$

$$\epsilon_{Xcc} (\%) = 3,95 \%$$

$$X/R = 4,82$$

$$\text{Pérdidas} = 3695 \text{ W}$$

$$\text{PEI} = 99,41 \%$$

Solución: $I_o = 1,65 \text{ A}$; $I_o (\%) = 0,286 \%$; $I_{cc} = 11,50 \text{ A}$.

5.

Valores declarados:

$$S_n = 1000 \text{ kVA}$$

$$U_1 = 15000 \text{ V}$$

$$U_2 = 420 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

Vacío:

$$U_o = 419,65 \text{ V}$$

$$I_o = 3,45 \text{ A}$$

$$P_o = \quad \text{W}$$

Cortocircuito:

$$U_{cc} = 908,25 \text{ V}$$

$$I_{cc} = 38,35 \text{ A}$$

$$P_{cc} = \quad \text{W}$$

Otros parámetros declarados:

$$I_{n1} = 38,49 \text{ A}$$

$$I_{n2} = 1374,6 \text{ A}$$

$$m = 35,71$$

$$I_o (\%) = 0,251 \%$$

$$Z_o = 89576 \Omega$$

$$Q_o = 2325 \text{ VAr}$$

$$S_o = 2508 \text{ VA}$$

$$\text{Pérdidas} = 8370 \text{ W}$$

$$\text{PEI} = 99,52 \%$$

$$Z_{cc} = 13,673 \Omega$$

$$Q_{cc} = 59655 \text{ VAr}$$

$$S_{cc} = 60330 \text{ VA}$$

$$\epsilon_{cc} (\%) = 6,06 \%$$

$$\epsilon_{Rcc} (\%) = 0,90 \%$$

$$\epsilon_{Xcc} (\%) = 5,99 \%$$

$$X/R = 6,63$$

Verifique el rendimiento de este transformador del que el fabricante no ha proporcionado los valores de pérdidas en vacío ni en cortocircuito. ¿Tiene realmente el rendimiento declarado?

Solución:

Las pérdidas no indicadas son $P_o = 940 \text{ W}$ y $P_{cc} = 9000 \text{ W}$, valores fuera de normas. Las pérdidas totales son 9940 W , mayores que las anotadas en el protocolo, y el rendimiento auténtico es $\text{PEI} = 99,42 \%$, inferior al declarado.

Nota: Este transformador cumpliría las especificaciones de la norma EN 50464-1:2007 columnas B_o B_k , pero el Reglamento europeo vigente exige



$P_o \leq 770 \text{ W}$, y no admite $P_o = 940 \text{ W}$. Y aunque para las pérdidas debidas a la carga el Reglamento pide $P_{cc} \leq 10\,500 \text{ W}$, y para las pérdidas totales hasta $11\,440 \text{ W}$, las pérdidas en vacío no son aceptables ya. Este transformador, por tanto, no podría ponerse ya en el mercado europeo de ninguna forma.

6. Calcular la regulación de tensión de los transformadores de los ejercicios 2 a 5 cuando suministran potencia a una carga de 300 kW con factor de potencia 0.80 inductivo.

Solución:

La regulación o caída de tensión en el interior del transformador trifásico a consecuencia de suministrar potencia a una carga determinada se calcula con suficiente precisión mediante la expresión

$$\epsilon_c \% = \frac{U_1 - U'_2}{U_1} \times 100 = C\% (\epsilon_{Rcc} \cos \varphi_2 + \epsilon_{Xcc} \text{sen} \varphi_2), \text{ donde } C\% \approx \frac{S_{\text{carga}}}{S_n} \times 100$$

La potencia aparente de la carga vale $S_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\cos \varphi_{\text{carga}}} = \frac{300 \text{ kW}}{0.80} = 375 \text{ kVA}$, y el índice de carga es, para el transformador del ejercicio número 2,

$$C\% \approx \frac{S_{\text{carga}}}{S_n} \times 100 = \frac{375}{2500} \times 100 = 15.00\%$$

Con los demás casos se procede igual. La tabla resume los resultados:

Ejercicio	S_n trafo (kVA)	P carga (kW)	fdp carga	Índice de carga	ϵ_{Rcc}	ϵ_{Xcc}	$\epsilon_c\%$
2	2500	300	0.80	15.00%	0.0075	0.0598	0.63%
3	630	300	0.80	59.52%	0.0073	0.0896	3.55%
4	400	300	0.80	93.75%	0.0082	0.0395	2.84%
5	1000	300	0.80	37.50%	0.010	0.0597	1.64%

7. Sea un transformador trifásico 20 kV/ 420 V que cuando suministra una cierta carga tiene una caída de tensión interna del 2.50%. Si la tensión del primario son 19.20 kV, calcular la tensión en el secundario.

Solución:

De la definición de regulación de tensión se puede despejar el valor de la tensión secundaria del modelo eléctrico (es la tensión secundaria del modelo reducido al primario):

$$\varepsilon_c \% = \frac{U_1 - U'_2}{U_1} \times 100; \text{ luego } U'_2 = U_1(1 - \varepsilon_c \%) = 19200(1 - 0,025) = 18720\text{V}$$

Para transformar la tensión deducida del modelo eléctrico a la verdadera tensión secundaria se debe aplicar la relación de transformación nominal del aparato:

$$U_2 = \frac{U'_2}{m} = \frac{U'_2}{U_{1n}/U_{2n}} = \frac{18720}{20000/420} = 393.12\text{V}$$

8. Un transformador 220 kV / 66 kV con regulación en el secundario de $\pm 1.25\%$ en 4 escalones en cada sentido (9 tomas en total) permite obtener las siguientes tensiones en función de la toma en la que se coloque el regulador:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Regulación	95.00%	96.25%	97.50%	98.75%	100%	101.25%	102.50%	103.75%	105.00%
Tensión primario kV	220.00								
Tensión secundario kV	62.70	63.53	64.35	65.18	66.00	66.83	67.65	68.48	69.30
Relación m	3.5088	3.4632	3.4188	3.3755	3.3333	3.2922	3.2520	3.2129	3.1746

La posición central es la que suele corresponder a los valores nominales de la máquina. Así ocurre en este caso, pues en la toma 5 se obtienen los 220 000 V y 66 000 V nominales. En estas condiciones:

- Calcular la tensión que se obtiene en el secundario cuando se coloca el transformador en la toma 3 si en el primario la tensión son 217 kV.
- Si se desea que con esa tensión de primario hubiera al menos la tensión nominal en el secundario, en qué toma habría que situar al regulador.

Solución:

- a) 63.47 kV; b) Toma 7, para dar 66.73 kV

9. Se trata de un transformador 45 kV / 45 kV que modifica en carga mediante un OLTC (*On-Load Tape-Changer*) la toma conectada en los arrollamientos del primario para ayudar a estabilizar la tensión de la red a través de 17 escalones de $\pm 1.00\%$ cada uno, hacia ambos lados. Tabule los porcentajes de regulación, las tensiones en el primario y las relaciones de transformación. Determine después la tensión del secundario si, estando en la toma 12, la tensión en el primario fueran 45.98 kV.

Solución:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Regulación	92%	93%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	100%	101%	102%	103%	104%	105%	106%	107%	108%
Tensión primario kV	41.40	41.85	42.30	42.75	43.20	43.65	44.10	44.55	45.00	45.45	45.90	46.35	46.80	47.25	47.70	48.15	48.60
Tens. secundario kV	45.00																
Relación m	0.920	0.930	0.940	0.950	0.960	0.970	0.980	0.990	1.000	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080

Si estando en la toma 12 la tensión de red en el primario fueran 45.98 kV, entonces



en el secundario el transformador ofrecería $45.98 \div 1.030 = 44.64$ kV

10. Calcular la primera posición adecuada en la que debe colocarse el DECT (*De-Energized Tap Changer*) de un transformador de 66 kV / 20 kV que tiene regulación en el primario del tipo $\pm 2.5 \pm 5 \pm 7.5 \pm 10\%$ para que ofrezca como máximo 20 kV en el secundario cuando la tensión de red en el primario es de 69.2 kV.

Solución:

La regulación significa que las tensiones y relaciones de transformación son las de la tabla siguiente:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Regulación	90.00%	92.50%	95.00%	97.50%	100%	102.50%	105.00%	107.50%	110.00%
Tensión primario kV	59.40	61.05	62.70	64.35	66	67.65	69.30	70.95	72.60
Tensión secundario kV	20.00								
Relación m	2.9700	3.0525	3.1350	3.2175	3.3000	3.3825	3.4650	3.5475	3.6300

Estando la tensión de red en el primario por encima de su valor nominal, es necesario que el transformador reduzca más la tensión que lo que nominalmente lo hace. Por tanto debemos elegir relaciones de transformación mayores que la nominal:

$$\begin{aligned} \text{Toma 5 (nominal):} & \quad 69.2 \div 3.3000 = 20.97 \text{ kV} \\ \text{Toma 6:} & \quad 69.2 \div 3.3825 = 20.46 \text{ kV} \\ \text{Toma 7:} & \quad 69.2 \div 3.4650 = 19.97 \text{ kV} \end{aligned}$$

La primera toma adecuada es la toma 7.

11. Un transformador colocado en la conexión a la red de una minicentral debe elevar la tensión desde los 6.3 kV nominales del generador hasta los 66 kV nominales de la red. Dispone de un cambiador de tomas en carga OLTC (*On Load Tap Changer*) en el secundario de 9 escalones $\pm 2.5\%$ centrados a ambos lados de la toma central, a la que corresponden las tensiones nominales 66 kV / 6.3 kV. En estas condiciones, determinar:

- La posición más conveniente del cambiador automático si la tensión de la red cae a 61 kV.
- Si el generador tiene un rango de regulación del $\pm 5\%$ de su tensión nominal, en qué se convierte este rango desde la perspectiva de la red.

Solución:

Las relaciones de transformación son las de la tabla:

Toma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Reg. en secundario	90,00%	92,50%	95,00%	97,50%	100%	102,50%	105,00%	107,50%	110,00%
Tensión primario kV	66,00								
Tensión secundario kV	5,67	5,83	5,99	6,14	6,30	6,46	6,62	6,77	6,93
Relación m	11,6402	11,3256	11,0276	10,7448	10,4762	10,2207	9,9773	9,7453	9,5238

a) En la toma 8 el transformador podría elevar los 6.3 kV del generador hasta

$$6.30 \times 9.7453 = 61.4 \text{ kV}$$

Dado que la red está a 61 kV el transformador podría verse obligado a bajar hasta

$$61 \div 9.7453 = 6.26 \text{ kV}$$

en caso de que no tuviera potencia suficiente para elevar la tensión de la red hasta los 61.4 kV manteniendo su tensión en el valor nominal de 6.3 kV.

b) La mínima tensión en el primario del transformador se obtiene cuando el generador trabaja a su mínima tensión y el transformador la eleva lo menos posible, es decir, ofrece la relación de transformación más pequeña porque el OLTC está en la posición 9:

Mínima tensión del generador:	$6.30 \times (1 - 0.05) = 5.985 \text{ kV}$
Relación de transformación:	9.5238 (pos 9)
Mínima tensión en primario:	$5.985 \times 9.5238 = 57.0 \text{ kV}$

La máxima tensión será, por un razonamiento simétrico:

Máxima tensión del generador:	$6.30 \times (1 + 0.05) = 6.615 \text{ kV}$
Relación de transformación:	11.6402 (pos 1)
Máxima tensión en primario:	$6.615 \times 11.6402 = 77.0 \text{ kV}$

Desde la perspectiva de la red, por tanto, la central puede regular su tensión entre 77 kV y 57 kV. Teniendo en cuenta que su tensión nominal es de 66 kV, este rango se traduce en

Por exceso:	$77 - 66 = 11 \text{ kV}$ (+16.67% de la tensión nominal)
Por defecto:	$57 - 66 = -9 \text{ kV}$ (-13.64% de la tensión nominal)
Rango de regulación:	66 kV $\begin{matrix} +16.67\% \\ -13.64\% \end{matrix}$

12. Suponga un transformador de regulación 132 kV / 132 kV con un cambiador de tomas en carga OLTC en el primario, de 9 escalones $\pm 0.5\%$ cada uno hacia ambos lados de la toma central, a la que corresponden la tensiones nominales. Si el regulador está en la posición 8, determinar:

- La relación de transformación exacta m para esa toma
- Si la tensión de la red en el primario fuera de 134 kV, la tensión del secundario

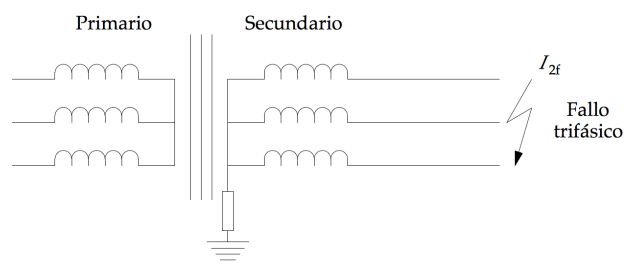
Respuestas: $m = 1.0150$, 132.02 kV

13. Un pequeño transformador de 60 kV / 15 kV tiene un cambiador de tomas en el secundario, de 9 escalones $\pm 1.25\%$ cada uno hacia ambos lados de la toma central, a la que corresponden la tensiones nominales. Determinar:

- Si la tensión de la red en el primario fuera de 62 kV, la tensión del secundario para la posición 2 del cambiador
- En qué posición habría que colocar el cambiador para que la tensión del secundario fuera próxima a la nominal cuando la tensión del primario fuera de 60.75 kV
- La posición del cambiador para dar la tensión nominal del secundario si la red ofrece 55 kV en el primario

Respuestas: a) 14.92 kV b) pos 4 c) fuera del alcance del transformador

14. Calcular las máximas intensidades de primario y de secundario de los transformadores de los ejercicios 1 a 5 en caso de cortocircuito trifásico franco en el secundario.



Considerando que el único límite a la corriente de cortocircuito es la impedancia del propio transformador, conocida a partir de los ensayos de cortocircuito, la intensidad en el lado primario cuando hay un cortocircuito franco en el secundario puede llegar a valer:

$$I_{1f} = I_{1n} \frac{U_{1n}}{U_{1cc}} = \frac{I_{1n}}{U_{1cc}/U_{1n}} = \frac{I_{1n}}{\epsilon_{cc}} = \frac{I_{1n}}{\epsilon_{cc} \% / 100} = \frac{I_{1n} \times 100}{\epsilon_{cc} \%}$$

En caso del transformador del ejercicio nº 1 se tiene que

$$I_{1n} = 1.92 \text{ A}; \quad \epsilon_{cc} \% = 4.01\%$$

$$I_{1f} = I_{1n} \frac{U_{1n}}{U_{1cc}} = \frac{I_{1n} \times 100}{\epsilon_{cc} \%} = \frac{1.92 \times 100}{4.01} = 47.88 \text{ A}$$

En el secundario esta intensidad se corresponde con

$$I_{2f} = m I_{1f} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} I_{1f} = \frac{15000}{380} \times 47.88 = 1890 \text{ A}$$

Con los demás se procede igual. La tabla resume todos los resultados:

Intensidad máxima de cortocircuito trifásico

Ejercicio	S nominal trafo (kVA)	U 1n (V)	U 2n (V)	I 1n (A)	$\epsilon_{cc}\%$	I 1f (A)	I 2f (A)
1	50	15 000	380	1.92	4.01%	47.88	1 890
2	2500	33 000	420	43.74	6.03%	725.31	56 989
3	630	20 000	400	18.19	4.03%	451.20	22 560
4	400	20 000	400	11.55	4.03%	286.48	14 324
5	1000	15 000	420	38.49	6.06%	635.67	22 703