



## Problemas de repaso

1. La potencia nominal de una fábrica es de 120 kW y su factor de potencia es 0.89 inductivo. La fábrica se alimenta por una sola línea trifásica en baja tensión desde su propio centro de transformación, a través de un transformador Dyn11 160 kVA 13.2 ±2.5% ±5%/0.4 kV cuya tensión de cortocircuito es del 4%. Calcular:

- Las intensidades en la línea de alta tensión y de baja tensión cuando la fábrica demanda su potencia nominal.
- Los calibres de las protecciones fusibles adecuadas tanto en alta como en baja tensión.
- La intensidad de cortocircuito esperada para un defecto franco trifásico cerca de las bornas de baja tensión.
- La posición más adecuada del cambiador de tomas si en vacío se miden 385 V en la instalación estando seleccionada la toma central.

Solución:

a) Considerando la fábrica como un receptor trifásico equilibrado las intensidades por fase que cabe esperar a ambos lados del transformador dependen de las tensiones respectivas de primario y secundario:

$$P = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$$I_1 = \frac{P}{\sqrt{3} U_{1n} \cos \varphi} = \frac{120\,000}{\sqrt{3} \cdot 13\,200 \cdot 0.89} = 5.90 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{P}{\sqrt{3} U_{2n} \cos \varphi} = \frac{120\,000}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0.89} = 194.6 \text{ A}$$

b) A la vista de esas intensidades, los fusibles necesarios en alta tensión deberían ser de al menos 6.3 A de intensidad nominal, y en baja tensión de 200 A (valores normalizados). Sin embargo los fusibles se eligen siempre en función de la potencia aparente nominal del transformador, y por tanto:

$$S_n = \sqrt{3} U_n I_n$$

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{1n}} = \frac{160\,000}{\sqrt{3} \cdot 13\,200} = 7.00 \text{ A}$$

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{2n}} = \frac{160\,000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 230.9 \text{ A}$$

Esto quiere decir que los fusibles recomendados deberían ser los de 10 A en alta

tensión y 250 A en baja tensión.

c) El cortocircuito a estudiar es el más devastador de los que pueden producirse en una instalación de baja tensión. Ningún otro cortocircuito, en ningún otro lugar de una instalación de baja tensión, implicará intensidades de cortocircuito tan elevadas como las esperadas justo a la salida del transformador.

Considerando que el único límite a la corriente de cortocircuito es la impedancia del propio transformador, conocida a partir de los ensayos de cortocircuito, la intensidad en el lado primario cuando hay un cortocircuito franco en el secundario puede llegar a valer:

$$I_{1n} = 7.00 \text{ A}; \quad \varepsilon_{cc} \% = 4.0\%$$

$$I_{1f} = I_{1n} \frac{U_{1n}}{U_{1cc}} = \frac{I_{1n} \times 100}{\varepsilon_{cc} \%} = \frac{7.00 \times 100}{4.0} = 175.0 \text{ A}$$

En el secundario esta intensidad se corresponde con

$$I_{2f} = m I_{1f} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} I_{1f} = \frac{13\,200}{400} \times 175.0 = 5775 \text{ A}$$

d) Para intentar corregir la tensión secundaria en vacío hasta valores nominales es preciso modificar la relación de transformación. Como el cambiador de tomas está colocado en el primario, la tabla de valores posibles es la siguiente:

Toma	1	2	3	4	5
Regulación en primario	95,00%	97,50%	100%	102,50%	105,00%
Tensión primario kV	12540	12870	13200	13530	13860
Tensión secundario kV			400		
Relación $m$	31,350	32,175	33,000	33,825	34,650

En la toma central la tensión medida de 385 V se corresponde con una tensión de red en el primario de  $U_1 = m U_2 = 33.00 \cdot 385 = 12\,705 \text{ V}$ . Si se utilizan las tomas 1 ó 2 del transformador la tensión que se obtendría en el secundario sería

$$U_{2, \text{toma 1}} = \frac{U_1}{m_{\text{toma 1}}} = \frac{12\,705}{31.350} = 405 \text{ V}$$

$$U_{2, \text{toma 2}} = \frac{U_1}{m_{\text{toma 2}}} = \frac{12\,705}{32.175} = 395 \text{ V}$$

Dado que se trata de valores en vacío, es aconsejable utilizar la toma 1 pues de esa manera cuando el transformador trabaje en carga la caída de tensión interna rebajará la tensión disponible en el secundario desde los 405 V calculados a valores próximos a los 400 V nominales.

2. Calcular la tensión en el secundario del transformador que alimenta a una explotación porcina cuando arranca el viejo motor del molino de pienso que no tiene ningún sistema de control de la intensidad de arranque (arranque directo). Calcularla después cuando el motor trabaja a régimen nominal, indicando la potencia útil y el par que proporciona. Datos del motor: 63.0 CV, 700 rpm,  $R_1 = 0.125 \Omega$ ,  $R'_2 = 0.120 \Omega$ ,  $X_1 = 0.555 \Omega$ ,  $X'_2 = 0.600 \Omega$ , pérdidas mecánicas 1800 W. Datos del transformador: Dyn11 100 kVA 13.2  $\pm 2.5\% \pm 5\%$  / 0.38 kV, tensión de cortocircuito 4% y relación X/R de 3.65.

Solución:

La carga que alimenta el transformador durante el arranque del motor se obtiene como es habitual a partir de los datos del modelo eléctrico del motor ( $R_1$ ,  $R'_2$ ,  $X_1$ ,  $X'_2$ ,  $U_n$ ) que se corresponden con los de un motor trifásico de inducción:

Arranque:	Re	Im	Mod	Arg
ZT =	0,25	1,16	1,18	78,02°
I1a =	38,56	-181,77	185,82	-78,02°

La intensidad de arranque son 185.82 A y el factor de potencia en ese momento es

$$\cos \varphi_a = \cos \left( \arctg \left( \frac{-181.77}{38.56} \right) \right) = \cos(-78.02) = 0.2075 \text{ inductivo}$$

La potencia de que representa el motor para el transformador en ese momento del arranque se calcula a partir de la intensidad y el factor de potencia:

$$P_a = \sqrt{3} U_n I_a \cos \varphi_a = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 185.82 \cdot 0.2075 = 25378 \text{ W}$$

La potencia aparente del motor en esas condiciones vale

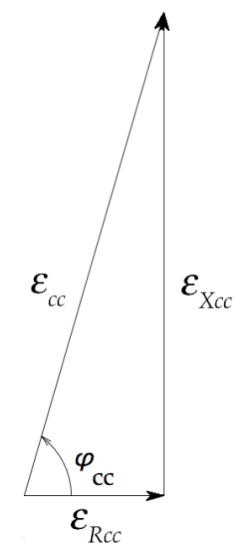
$$S_{\text{carga}} = \frac{P_{\text{carga}}}{\cos \varphi_{\text{carga}}} = \frac{25.378 \text{ kW}}{0.2075} = 122.30 \text{ kVA}$$

y representa un índice de carga del transformador de

$$C\% \approx \frac{S_{\text{carga}}}{S_n} \times 100 = \frac{122.30}{100} \times 100 = 122.30\%$$

La resistencia y la reactancia de cortocircuito del transformador se obtienen a partir de la tensión de cortocircuito y de las siguientes relaciones entre ellas:

$$\begin{cases} \varepsilon_{cc}^2 = \varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2 \\ \frac{\varepsilon_{Xcc}}{\varepsilon_{Rcc}} = \frac{X}{R} \end{cases} ; \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{\varepsilon_{cc}}{1 + \frac{X}{R}} ; \quad \varepsilon_{Xcc} = \frac{X}{R} \varepsilon_{Rcc}$$



Trabajando en valores en tantos por ciento:

$$\begin{cases} 4^2 = \varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2 \\ \frac{\varepsilon_{Xcc}}{\varepsilon_{Rcc}} = 3.65 \end{cases} ; \quad \varepsilon_{Rcc} = \frac{4\%}{1+3.65} = 0.8602\%; \quad \varepsilon_{Xcc} = 3.65 \cdot 0.8602\% = 3.1398\%$$

La caída de tensión interna del transformador será

$$\begin{aligned} \varepsilon_c \% &= \frac{U_1 - U'_2}{U_1} \times 100 = C\% (\varepsilon_{Rcc} \cos \varphi_a + \varepsilon_{Xcc} \operatorname{sen} \varphi_a) = \\ &= 122.30 (0.008602 \cos(78.024) + 0.031398 \operatorname{sen}(78.024)) = \\ &= 3.97\% \end{aligned}$$

La tensión en el secundario, si suponemos que el primario está a la tensión nominal, resulta

$$\varepsilon_c \% = \frac{U_1 - U'_2}{U_1} \times 100; \quad \text{luego} \quad U'_2 = U_1 (1 - \varepsilon_c \%) = 13\,200 (1 - 0.0397) = 12\,675 \text{ V}$$

Esa es la tensión deducida del modelo eléctrico. Para transformarla a la verdadera tensión secundaria se debe aplicar la relación de transformación nominal del aparato:

$$U_2 = \frac{U'_2}{m} = \frac{U'_2}{U_{1n}/U_{2n}} = \frac{12\,675}{13\,200/380} = 365 \text{ V}$$

Este valor es suficientemente aproximado a lo que ocurre en la realidad: un descenso brusco de 15 V en la tensión de la explotación porcina, derivado de la sobrecarga momentánea a que se somete al transformador.

Nota:

Un cálculo más exacto tendría en cuenta que el motor realmente arrancará a una tensión de 365 V (y no de 380 V como supusimos al principio), lo que obligaría a repetir el cálculo partiendo de esa nueva tensión. Consecuentemente la intensidad de arranque sería aún mayor que los 185.8 A calculados, lo que volvería a dar una menor tensión para el motor durante el arranque, y así sucesivamente. El cálculo es iterativo pero converge muy rápidamente (a la tercera ó cuarta iteración), y proporcionaría el valor exacto de lo que realmente ocurrirá.

Este descenso de la tensión es acusado por los demás receptores y conviene evitarlo instalando sistemas de arranque progresivo o variadores de frecuencia que limiten la intensidad demandada por el motor.

En régimen nominal se tiene lo siguiente:

- Si el motor de inducción trabaja a 700 rpm en régimen nominal, su número de pares de polos ha de ser  $p = 4$ , porque su frecuencia síncrona resultaría, a 50 Hz de frecuencia en la red, 750 rpm, que es un valor razonablemente próximo a la velocidad nominal indicada por el motor.



- Consecuentemente, el deslizamiento nominal resulta

$$s\% = \frac{n_1 - n}{n_1} \times 100 = \frac{750 - 700}{750} \times 100 = 6.67\%$$

que es un valor que oscila entre el 3.00% y el 8.00% habitual

- La intensidad nominal será entonces de 97.76 A:

	Re	Im	Mod	Arg
ZTn =	1,92	1,16	2,24	30,98Ω
IIn =	83,82	-50,32	97,76	-30,98A

- El desfase entre esta intensidad y la tensión (30.98° en retraso) dan un factor de potencia de 0.857 inductivo, que significa una potencia absorbida de la red de 55.17 kW a 380 V.
- La potencia aparente que representa entonces el motor es de 64.35 kVA, lo que para un transformador de 100 kVA es un coeficiente de carga C% del 64.3%.
- Teniendo en cuenta los valores de la resistencia y reactancia de cortocircuito del transformador calculados más arriba ( $\epsilon_{Rcc}$  0.8602%;  $\epsilon_{Xcc}$  = 3.1398%) la caída de tensión a través del transformador vale  $\epsilon_c$  % = 1.51%.
- Ese valor significa una tensión de secundario en el modelo del transformador de  $U'2 = 13\,000$  V, que aplicando la relación de transformación nos permite obtener el valor real en el secundario,  $U2 = 374$  V, que no está tan alejado del valor nominal como en el caso del arranque directo del motor.
- La potencia mecánica transmitida al rotor desde el estátor es de 48.14 kW, de la que hay que restar las pérdidas mecánicas (1800 W) para llegar a la potencia útil en el eje, que son 46.34 kW.
- A partir de esa potencia útil en condiciones nominales, y sabiendo que se entrega al molino a la velocidad nominal de 700 rpm, el par con el que se acciona éste resulta ser de 632,24 Nm.